

已知平面向量場 $\mathbf{F}(x, y) = \langle 1, 2 \rangle$ ，求線積分 $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ 之值，其中曲線 C 為 $\mathbf{r}(t) = \langle 2\cos t, \sin t \rangle$ ， $0 \leq t \leq 2\pi$ 。 [104 海洋輪機 6]

[解] $\mathbf{F} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ ， $\mathbf{r} = 2\cos t\mathbf{i} + \sin t\mathbf{j} \Rightarrow d\mathbf{r} = (-2\sin t\mathbf{i} + \cos t\mathbf{j})dt$

$$\begin{aligned}\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} &= \int_0^{2\pi} (\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) \cdot (-2\sin t\mathbf{i} + \cos t\mathbf{j})dt = \int_0^{2\pi} (-2\sin t + 2\cos t)dt \\ &= (2\cos t - 2\sin t)\Big|_0^{2\pi} = 0\end{aligned}$$