

某質點的位移場為 $\mathbf{u} = 2\cos t\mathbf{i} + 2\sin t\mathbf{j} + 2.237t\mathbf{k}(\text{m})$ ，時間單位秒。試求(1) $t = \pi/6$ 秒之加速度；
(2)時間 0 至 10 秒質點運動的曲線長度。[103 勤益機械 3]

[解](1)速度 $\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{u}}{dt} = -2\sin t\mathbf{i} + 2\cos t\mathbf{j} + 2.237\mathbf{k} \text{ m/s}$

加速度 $\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -2\cos t\mathbf{i} - 2\sin t\mathbf{j} \text{ m/s}^2$

當 $t = \pi/6$ 時， $\mathbf{a} = -2\cos\frac{\pi}{6}\mathbf{i} - 2\sin\frac{\pi}{6}\mathbf{j} = -\sqrt{3}\mathbf{i} - \mathbf{j} \text{ m/s}^2$

(2)0 至 10 秒的曲線長為

$$\begin{aligned} s &= \int_0^{10} |\mathbf{v}| dt = \int_0^{10} \sqrt{(-2\sin t)^2 + (2\cos t)^2 + 2.237^2} dt \\ &= \int_0^{10} \sqrt{2^2 + 2.237^2} dt = t\sqrt{2^2 + 2.237^2} \Big|_0^{10} = 10\sqrt{2^2 + 2.237^2} \approx 30 \text{ m} \end{aligned}$$