Find the solution of the following linear system (equations). [101 北科大環工 6]

$$\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+3x_4=1 \\ 2x_1+2x_2+2x_3+3x_4=2 \\ 2x_1+5x_2+2x_3+x_4=1 \\ x_1+3x_3+2x_4=3 \end{cases}$$

[解] $$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 & 2 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_{12}(-2);\, R_{13}(-2);\, R_{14}(-1)} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -4 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -5 & -1 \\ 0 & -3 & 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_{23}} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -5 & -1 \\ 0 & -4 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & -1 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_{23}(-4);\, R_{24}(-3)} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -5 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 17 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 14 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_{34}} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -5 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 14 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 17 & 4 \end{bmatrix}$$

$x_4=\frac{4}{17}$, 代入第三式得 $x_3=\frac{29}{34}$, 代入第二式得 $x_2=-\frac{3}{17}$

代入第一式得 $x_1=-\frac{1}{34}$