週期函數 $x(t)=2\sin 3\pi t\cos \pi t+4\cos^2 \pi t$，試寫出 $x(t)$的複指數傅立葉級數(Complex Fourier series)。[102 虎尾飛機乙 4]

$$[解]x(t)=\sin 4\pi t+\sin 2\pi t+2(1+\cos 2\pi t)=\frac{e^{i4\pi t}-e^{-i4\pi t}}{2i}+\frac{e^{i2\pi t}-e^{-i2\pi t}}{2i}+2(1+\frac{e^{i2\pi t}+e^{-i2\pi t}}{2})$$

$$=-i\frac{e^{i4\pi t}-e^{-i4\pi t}}{2}-i\frac{e^{i2\pi t}-e^{-i2\pi t}}{2}+2+e^{i2\pi t}+e^{-i2\pi t}$$

$$=2-\frac{i}{2}e^{i4\pi t}+\frac{i}{2}e^{-i4\pi t}+\frac{2-i}{2}e^{i2\pi t}+\frac{2+i}{2}e^{-i2\pi t}$$