對一函數 $f(x)$，$-L \le x \le L$，可用下列的傅立葉級數展開：

$$f(x)=\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos(\frac{n\pi x}{L})+b_n\sin(\frac{n\pi x}{L})$$ ；若 $f(x)=\begin{cases}-2, & -\pi \le x \le 0\\ 2, & 0 < x \le \pi\end{cases}$，$(L=\pi)$，求 a_0，a_n 及 b_n。

[102 虎尾電子 5]

[解] $f(x)$為奇函數 $\Rightarrow a_0=a_n=0$，且 $f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$

$$b_n=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}f(x)\sin nx dx=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}2\sin nx dx=-\frac{4}{n\pi}\cdot\cos nx\Big|_0^{\pi}$$

$$=-\frac{4}{n\pi}(\cos n\pi-1)=-\frac{4}{n\pi}[(-1)^n-1]=\frac{8}{(2n-1)\pi}$$